Összegzés

$f : [m..n] \to H$
$+ : H \times H \to H$ asszociatív, bal oldali nulla elemes művelet.
Mennyi az f által felvett értékek összege?

Specifikáció
$A = (m : \mathbb{Z},\ n : \mathbb{Z},\ s : H)$
$Ef = (m = m' \land n = n')$
$Uf = (Ef \land s = \sum_{i=m}^{n} f(i))$

Algoritmus

$s := 0$
$i = m..n$
$s := s + f(i)$

Számlálás

$\beta : [m..n] \to \mathbb{L}$
Hányszor vesz fel igaz értéket a β?

Specifikáció
$A = (m : \mathbb{Z},\ n : \mathbb{Z},\ c : \mathbb{N})$
$Ef = (m = m' \land n = n')$
$Uf = (Ef \land c = \sum_{\substack{i=m \\ \beta(i)}}^{n} 1)$

Algoritmus

$c := 0$	
$i = m..n$	
$\beta(i)$	
$c := c + 1$	-

Maximum keresés

$f : [m..n] \to H$, ahol $[m..n]$ nem üres.
H elemei teljesen rendezhetőek.
Hol veszi fel f a maximumát, és mennyi ez?

Specifikáció
$A = (m : \mathbb{Z},\ n : \mathbb{Z},\ ind : \mathbb{Z},\ max : H)$
$Ef = (m = m' \land n = n' \land m \leq n)$
$Uf = (Ef \land (max, ind) = MAX_{i=m}^{n} f(i))$

Algoritmus

$max, ind := f(m), m$	
$i = m + 1..n$	
$f(i) > max$	
$max, ind := f(i), i$	-

Kiválasztás

$\beta : \mathbb{Z} \to \mathbb{L}$ az $m \in \mathbb{Z}$-től jobbra értelmezett feltétel, amely biztosan ad valahol igaz értéket is.
Adjuk meg az első olyan egész számot m-től jobbra, amelyre β igazat ad!

Specifikáció
$A = (m : \mathbb{Z},\ i : \mathbb{Z})$
$Ef = (m = m' \land \exists k \geq m : \beta(k))$
$Uf = (Ef \land i = SELECT_{m \leq i}\, \beta(i))$

Algoritmus

$i := m$
$\neg\beta(i)$
$i := i + 1$

Pesszimista eldöntés

$\beta : [m..n] \to \mathbb{L}$
Van-e olyan eleme az intervallumnak, amire teljesül a feltétel?

Specifikáció
$A = (m : \mathbb{Z},\ n : \mathbb{Z},\ ind : \mathbb{Z},\ l : \mathbb{L})$
$Ef = (m = m' \land n = n')$
$Uf = (Ef \land (l, ind) = SEARCH_{i=m}^{n} \beta(i))$

Algoritmus

$l, i := \downarrow, m$
$\neg l \land i \leq n$
$l, ind := \beta(i), i$
$i := i + 1$

Optimista eldöntés

$\beta : [m..n] \to \mathbb{L}$
Igaz-e, hogy az intervallumnak minden elemére teljesül a feltétel?

Specifikáció
$A = (m : \mathbb{Z},\ n : \mathbb{Z},\ l : \mathbb{L})$
$Ef = (m = m' \land n = n')$
$Uf = (Ef \land l = \forall SEARCH_{i=m}^{n} \beta(i))$

Algoritmus

$l, i := \uparrow, m$
$l \land i \leq n$
$l := \beta(i)$
$i := i + 1$

Lineáris keresés

Feltételes maximum keresés

$f : [m..n] \to H$, $\beta : [m..n] \to \mathbb{L}$, H elemei teljesen rendezhetőek.
Hol veszi fel f a maximumát azon elemek közül, amelyekre β igazat ad, és mennyi ez?

Specifikáció
$A = (m : \mathbb{Z},\ n : \mathbb{Z},\ l : \mathbb{L},\ ind : \mathbb{Z},\ \text{max}\!: H)$
$Ef = (m = m' \wedge n = n')$
$Uf = (Ef \wedge (l, \text{max}, ind) = \underset{\substack{i=m \\ \beta(i)}}{MAX^{n}}\, f(i))$

Algoritmus

<table>
<tr><td colspan="5" align="center">$l :=\downarrow$</td></tr>
<tr><td colspan="5" align="center">$i = m..n$</td></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td align="center">$\neg\beta(i)$</td><td colspan="2" align="center">$l \wedge \beta(i)$</td><td align="center">$\neg l \wedge \beta(i)$</td></tr>
<tr><td rowspan="2" align="center">SKIP</td><td colspan="2" align="center">$f(i) > max$</td><td rowspan="2" align="center">$l, max, ind :=\uparrow, f(i), i$</td></tr>
<tr><td align="center">$max, ind := f(i), i$</td><td align="center">SKIP</td></tr>
</table>

Logaritmikus keresés

$f : [m..n] \to H$ monoton növekvő függvény.
H elemein értelmezett egy rendezési reláció.
Keressük meg, felveszi-e a függvény az adott $h \in H$ értéket, és ha igen, hol?

Specifikáció
$A = (m : \mathbb{Z},\ n : \mathbb{Z},\ h : H,\ l : \mathbb{L},\ ind : \mathbb{Z})$
$Ef = (m = m' \wedge n = n' \wedge h = h' \wedge f \text{ monoton nő})$
$Uf = (Ef \wedge l = (\exists j \in [m..n] : f(j) = h) \wedge l \to (ind \in [m..n] \wedge f(ind) = h))$

Algoritmus

<table>
<tr><td colspan="4" align="center">$l, ah, fh :=\downarrow, m, n$</td></tr>
<tr><td colspan="4" align="center">$\neg l \wedge ah \le fh$</td></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td colspan="3" align="center">$ind := (ah + fh)/2$</td></tr>
<tr><td align="center">$f(ind) > h$</td><td align="center">$f(ind) < h$</td><td align="center">$f(ind) = h$</td></tr>
<tr><td align="center">$fh := ind - 1$</td><td align="center">$ah := ind + 1$</td><td align="center">$l :=\uparrow$</td></tr>
</table>

Rekurzív függvény helyettesítési értéke

$f : \mathbb{Z} \to H$ egy k-ad rendű m bázisú rekurzív függvény.
$f(i) = h\big(i, f(i-1), \ldots, f(i-k)\big)$, ahol $i \ge m$ és $h : \mathbb{Z} \times H^k \to H$.
$f(m-1) = e_{m-1}, \ldots, f(m-k) = e_{m-k}$, ahol $m, k \in \mathbb{Z}; k > 0$ és $e_{m-1}, \ldots, e_{m-k} \in H$.
Számítsuk ki az f függvény adott n $(n \ge m)$ helyen felvett értékét!

Specifikáció
$A = (n : \mathbb{Z},\ y : H)$
$Ef = (n = n' \wedge m \le n)$
$Uf = (Ef \wedge y = f(n))$

Algoritmus

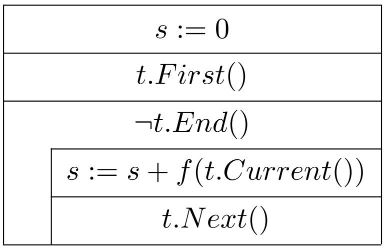
<table>
<tr><td colspan="2" align="center">$y, y_1, \ldots, y_{k-1} := e_{m-1}, e_{m-2}, \ldots, e_{m-k}$</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">$i = m..n$</td></tr>
<tr><td></td><td align="center">$y, y_1, y_2, \ldots, y_{k-1} := h(i, y, y_1, \ldots, y_{k-1}), y, y_1, \ldots, y_{k-2}$</td></tr>
</table>

Összegzés

t egy E-beli elemeket felsoroló objektum
$f : E \to H$
$+ : H \times H \to H$ asszociatív, bal oldali nulla elemes művelet.
Mennyi az f-nek a t elemeihez rendelt értékeinek összege?

Specifikáció
$A = (t : enor(E), s : H)$
$Ef = (t = t')$
$Uf = (s = \sum_{e \in t'} f(e))$

Algoritmus

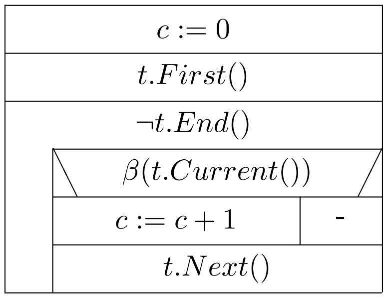


Számlálás

t egy E-beli elemeket felsoroló objektum
$\beta : E \to \mathbb{L}$
A felsoroló hány elemére teljesül a β?

Specifikáció
$A = (t : enor(E), c : \mathbb{N})$
$Ef = (t = t')$
$Uf = (c = \sum_{\substack{e \in t' \\ \beta(e)}} 1)$

Algoritmus

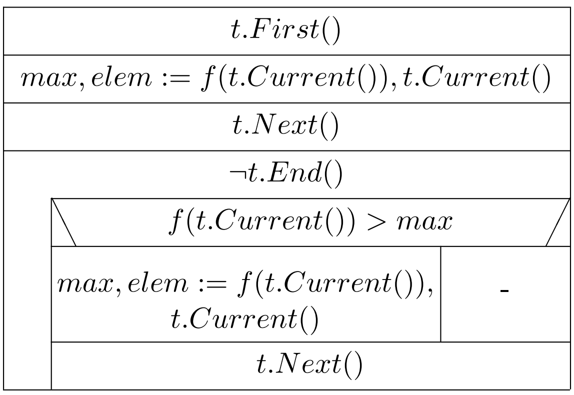


Maximum keresés

t egy E-beli elemeket felsoroló objektum
$f : E \to H$, és t nem üres.
H elemei teljesen rendezhetőek.
Hol veszi fel f a t elemein a maximális értékét?

Specifikáció
$A = (t : enor(E), elem : E, max : H)$
$Ef = (t = t' \wedge |t| > 0)$
$Uf = ((max, elem) = MAX_{e \in t'} f(e))$

Algoritmus

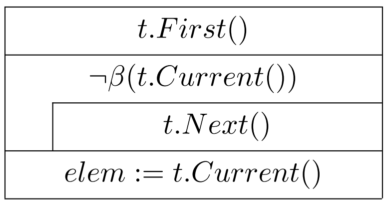


Kiválasztás

t egy E-beli elemeket felsoroló objektum
$\beta : E \to \mathbb{L}$
Adjuk meg a t bejárása során az első olyan elemi értéket, amelyre β igazat ad!

Specifikáció
$A = (t : enor(E), elem : E)$
$Ef = (t = t' \wedge \exists i \in [1..|t|] : \beta(t_i))$
$Uf = ((elem, t) = SELECT_{elem \in t'} \beta(elem))$

Algoritmus

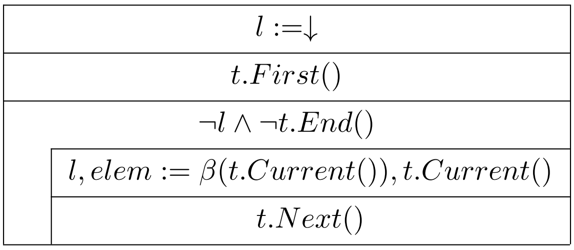


Lineáris keresés

t egy E-beli elemeket felsoroló objektum
$\beta : E \to \mathbb{L}$
Keressük a t bejárása során az első olyan elemi értéket, amire teljesül a β feltétel.

Specifikáció
$A = (t : enor(E),\ elem : E,\ l : \mathbb{L})$
$Ef = (t = t')$
$Uf = ((l,\ elem,\ t) = SEARCH_{e \in t'}\ \beta(e))$

Algoritmus



Feltételes maximum keresés

t egy E-beli elemeket felsoroló objektum
$f : E \to H$, $\beta : E \to \mathbb{L}$
H elemei teljesen rendezhetőek.
Határozzuk meg t azon elemeihez rendelt f szerinti értékek között a legnagyobbat, amelyek kielégítik a β feltételt.

Specifikáció
$A = (t : enor(E),\ l : \mathbb{L},\ elem : E,\ max\!: H)$
$Ef = (t = t')$
$Uf = ((l,\ max,\ elem) = MAX_{\substack{e \in t' \\ \beta(e)}}\ f(e))$

Algoritmus